METODE SPECIALE

METODA GRADIENTULUI REDUS

Metoda gradientului redus cunoaşte o largă utilizare în ultima perioadă pentru rezolvarea problemelor de optimizare în domeniul electroenergetic.

Metoda urmăreşte, la trecerea de la iteraţia curentă (*k*) la iteraţia (*k*+1) următoarele aspecte:

- **satisfacerea exactă a unei mulţimi de restricţii numită mulţime de lucru;**
- **reducerea numărului de variabile de care depinde funcţia obiectiv.**

MODELUL MATEMATIC DE OPTIMIZARE

Constă în găsirea extremului unei funcţii de n variabile, definită pe domeniul determinat de restricţiile modelului.

$$\min F(X)$$
$$g_i(X) = 0, \quad i = \overline{1,n}$$
$$X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_n \end{bmatrix}_t$$

Sistemul $g_i(X) = 0$ este folosit pentru a elimina m variabile din cele n. Pentru aceasta se partiţionează vectorul X astfel:

$$X = \left[\frac{X^a}{X^b}\right]$$

- m variabile

- (n-m) variabile de bază.

METODA GRADIENTULUI REDUS

Se formează funcţia Lagrange corespunzătoare problemei:

$$L(X) = F(X) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(X) = F(X) + \lambda_1 g_1(X) + \lambda_2 g_2(X) + \ldots + \lambda_m g_m(X)$$

Se calculează derivatele în raport cu X^a şi

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L(X)}{\partial X_1} = \frac{\partial F(X)}{\partial X_1} + \lambda_1 \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_1} + \ldots + \lambda_m \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_1} = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\frac{\partial L(X)}{\partial X_m} = \frac{\partial F(X)}{\partial X_m} + \lambda_1 \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_m} + \ldots + \lambda_m \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_m} = 0
\end{aligned} \qquad \text{(a)}$$

METODA GRADIENTULUI REDUS

$$\frac{\partial L(X)}{\partial X_{m+1}} = \frac{\partial F(X)}{\partial X_{m+1}} + \lambda_1 \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_{m+1}} + \ldots + \lambda_{m+1} \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_{m+1}}$$

....

$$\frac{\partial L(X)}{\partial X_n} = \frac{\partial F(X)}{\partial X_n} + \lambda_1 \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_n} + \ldots + \lambda_m \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_n}$$

(b)

În sistemul (a) expresiile derivatelor s-au anulat, deoarece variabila care se înlocuieşte satisface condiţia de extrem a funcţiei F(X).

Sistemul (a) se poate scrie sub formă matriceală:

$$\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^a}\right] + \left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^a}\right]_t = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ . \\ . \\ . \\ \lambda_m \end{bmatrix} = 0, \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ . \\ . \\ . \\ \lambda_m \end{bmatrix} = -\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^a}\right]_t^{-1} \left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^a}\right]$$

METODA GRADIENTULUI REDUS

În aceste condiţii sistemul (b) se mai poate scrie:

$$\left[\frac{\partial L(X)}{\partial X^b}\right]=\left[\frac{\partial F(X^b)}{\partial X^b}\right]=\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^b}\right]-\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^b}\right]_t\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^a}\right]_t^{-1}\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^a}\right]$$

formula gradientului redus

Relaţia se numeşte astfel deoarece noua funcţie conţine un număr de variabile de bază mai mic decât numărul total al variabilelor iniţiale .

METODA GRADIENTULUI REDUS

Notaţii:

$$\left[\frac{\partial F(Y^b)}{\partial X^b}\right] = \left[\frac{\partial F(X^b)}{\partial X_{m+1}} \quad \cdots \quad \frac{\partial F(X^b)}{\partial X_n}\right]_t$$

$$\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^b}\right] = \left[\frac{\partial F(X)}{\partial X_{m+1}} \quad \cdots \quad \frac{\partial F(X)}{\partial X_n}\right]_t$$

$$\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^b}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_{m+1}} & \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_{m+2}} & \cdots & \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_{m+1}} & \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_{m+2}} & \cdots & \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_n} \end{bmatrix}$$

$$\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^a}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_1} & \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial g_1(X)}{\partial X_m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_1} & \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial g_m(X)}{\partial X_m} \end{bmatrix}$$

$$\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^a}\right] = \left[\frac{\partial F(X)}{\partial X_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial F(X)}{\partial X_m}\right]_t$$

Matricea jacobiană a fucţiilor $g_i(X)$ în raport cu variabilele X^a

Calculul factorilor de penalitate folosind formula gradientului redus

Valorile factorilor de penalitate sunt necesare la considerarea influenţei reţelei de transport asupra repartiţiei optimale a puterilor active între centralele unui sistem electroenergetic.

Problema de optimizare

Se consideră un sistem electroenergetic cu n noduri, în care nodul 1 este nodul generator de echilibru , nodurile 2 până la m sunt noduri generatoare iar nodurile de la m+1 la n sunt noduri consumatoare.

$$\min \Delta P = \min\ p = \min \sum_{i=1}^{n} P_i$$

$$g_i(X)\begin{cases} \Delta P_i = P_i(Q,V) - P_i = 0, & i = \overline{2,n} \\ \Delta Q_i = Q_i(Q,V) - Q_i = 0, & i = \overline{m+1,\ n} \end{cases}$$

Calculul factorilor de penalitate folosind formula gradientului redus

Expresia funcţiei obiectiv se mai poate scrie şi sub forma:

$$\min p = \min p(P', V')$$

unde:

$$P' = \begin{bmatrix} P_2 & \dots & P_n & Q_{m+1} & \dots & Q_n \end{bmatrix}_t$$

$$V' = \begin{bmatrix} Q_2 & \dots & Q_n & V_{m+1} & \dots & V_n \end{bmatrix}_t$$

În continuare se aplică metoda gradientului redus, astfel încât se vor face notaţiile:

$$X^a = V'$$

$$X^b = P'$$

Pentru a putea folosi formula care stă la baza metodei se vor particulariza toate componentele acesteia.

Calculul factorilor de penalitate folosind formula gradientului redus

$$\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^a}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial Q} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial Q} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} = [J]$$

$$\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X^b}\right] = \left[\frac{\partial g(X)}{\partial P'}\right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^a}\right] = \left[\frac{\partial p}{\partial V'}\right] = \left[\frac{\partial (P_1 + P_2 + \dots + P_n}{\partial V'}\right] = \left[\frac{\partial P_1}{\partial V'}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial P_1}{\partial V} \end{bmatrix}$$

$$\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^b}\right] = \left[\frac{\partial \Sigma P_i}{P_2} \quad \dots \quad \frac{\partial \Sigma P_i}{\partial P_n} \; \frac{\partial \Sigma P_i}{\partial Q_{m+1}} \quad \dots \quad \frac{\partial \Sigma P_i}{\partial Q_n}\right]_t =$$

$$[1 \quad \dots \quad 1 \qquad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$\left[\frac{\partial F(X)}{\partial X^b}\right] = \left[\frac{\partial p}{\partial P_2} \quad \dots \quad \frac{\partial p}{\partial P_n} \quad \frac{\partial p}{\partial Q_{m+1}} \quad \dots \quad \frac{\partial p}{\partial Q_n}\right]$$

Calculul factorilor de penalitate folosind formula gradientului redus

Dacă se înlocuiesc aceste componente în formula gradientului redus se obţine:

$$
\begin{bmatrix} \beta \\ \\ \cdots\cdots \\ \\ \mu \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_m \\ \cdot \\ \beta_n \\ \cdots\cdots \\ \mu_{m+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \\ \cdots \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}
-
\begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial P_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial p}{\partial P_n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial p}{\partial P_n} \\ \cdots\cdots \\ \frac{\partial p}{\partial Q_{m+1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial p}{\partial Q_n} \end{bmatrix}
= -
\left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial P}{\partial Q} & \frac{\partial P_1}{\partial V} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \frac{\partial Q}{\partial Q} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{array}\right]
\cdot
\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial Q} \\ \cdots\cdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V} \end{bmatrix}
$$

Calculul factorilor de penalitate folosind formula gradientului redus

Coeficienţii de penalitate sunt definiţi de relaţia:

$$L_1 = \frac{1}{1 - \frac{\partial p}{\partial P_i}} = \frac{1}{\beta_i}, \quad i = 2 \;, \;... \;, m$$

Calculul acestora se poate face cu ajutorul matricei Jacobiene care se mai poate scrie compact:

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta}{\mu} \end{bmatrix} = -[J]_t^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial P_1}{\partial V} \end{bmatrix}$$

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

Determinarea dintre toate regimurile tehnice posibile pe acela căruia îi corespunde o eficienţă maximă, adică costul combustibilului utilizat să fie minim.

Problema poate fi abordată după o ierarhie spaţială, temporară sau situaţională .

Ierarhia spaţială : SEE, centrală electrică, sala maşinilor, sala cazanelor.

Ierarhia temporală presupune:

Optimizarea pe termen lung (de la o lună la un an): sunt trasate prognozei curbelor de sarcină corespunzătoare. Aceasta este necesară pentru determinarea măsurilor tehnice şi economice corespunzătoare;
Optimizarea pe termen scurt (de la o zi la o lună): sunt luate în considerare toate particularităţile şi caracteristicile sistemului. Curbele de sarcină trasate pentru condiţii normale de exploatare sunt exploatarea eficientă a sistemului;
Reglarea în timp real a puterilor centralelor. Acestea implică controlul automat f-P, V-Q etc.

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

Ierarhia situaţională consideră problemele repartiţiei sarcinilor în condiţii normale, de avarie şi postavarie.

În condiţiile unei avarii, considerentele economice sunt ignorate, sarcina principală fiind ridicarea siguranţei la un nivel cât mai înalt posibil.
În regimul postavarie se rezolvă unele probleme de distribuţie optimală a sarcinii.

IPOTEZE:

- Repartiţia optimală a sarcinilor între centralele unui SEE se va face având un orizont de timp de o zi (termen scurt).
- Într-un asemenea interval de timp structura instalaţiilor în funcţiune în sistem rămâne neschimbată.
- Detalierea curbei de sarcină a sistemului poate merge până la paliere orare.
- Pentru centralele hidroelectrice (CHE) se presupune cunoscută cantitatea de energie electrică produsă sau cantitatea de apă pe care pot turbina.

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

ETAPE:

- Prognoza curbelor de sarcină;
- modelarea costurilor de producţie a energiei electrice în centralele hidro şi nucleare;
- repartizarea optimală a sarcinilor între diversele tipuri de centrale.

Repartizarea optimală a puterilor active între CTE ale unui SEE

DEFINIREA PROBLEMEI

Dacă se cunoaşte puterea cerută la nivelul consumatorilor şi dacă se cunosc caracteristicile de consum (cost) ale grupurilor din centrale, cum trebuie să fie repartizată puterea cerută de sistem, între centralele respective, astfel încât costul de producţie, transport şi distribuţie să fie minim.

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

IPOTEZE

Se consideră un SEE format din *m* CTE, ale căror caracteristici de consum sunt cunoscute. Sunt cunoscute, de asemenea, limitele inferioară/superioară a puterilor active supuse optimizării, precum şi contribuţia CHE la acoperirea puterii active totale.

MODELUL M,ATEMATIC DE OPTIMIZARE

$$\min B(P) = \min \sum_{i=1}^{m} (B_{2i} \cdot P_i^2 + B_{1i} \cdot P_i + B_{0i})$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_i = P_c + \Delta P$$

$$\underline{P_i} \leq P_i \leq \overline{P_i}$$

ΔP – pierderile totale de putere în reţea;
P_c – puterea activă totală cerută în sistem (include şi puterea debitată de CHE, respectînd convenţia de semn).

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

METODA CONSUMURILOR INCREMENTALE

Metoda se aplică datorită particularitatea că funcţiile de cost ale centralelor sunt separabile în cadrul funcţiei obiectiv, se poate folosită o metodă de optimizare mult mai eficientă şi mai practică

MODELUL M,ATEMATIC DE OPTIMIZARE

$$\min B(P) = \min \sum_{i=1}^{m} (B_{2i} \cdot P_i^2 + B_{1i} \cdot P_i + B_{0i})$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_i = P_c + \Delta P$$

$$\underline{P_i} \leq P_i \leq \overline{P_i}$$

ΔP – pierderile totale de putere în reţea;
P_c – puterea activă totală cerută în sistem (include şi puterea debitată de CHE, respectând convenţia de semn).

METODA CONSUMURILOR INCREMENTALE

Modelul de optimizare poate fi echivalat cu următorul:

$$\min B(P) = \min\left[\sum_{i=1}^{m}(B_{2i} \cdot P_i^2 + B_{1i} \cdot P_i + B_{0i}) - \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^{m} P_i - P_c - \Delta P\right)\right]$$

$$\underline{P_i} \le P_i \le \overline{P_i} \qquad i = \overline{1, m}$$

Dacă se anulează derivatele în raport cu P_i, se obţine:

$$2B_{2i} \cdot P_i + B_{1i} = \lambda \cdot \beta_i$$

$$\beta_i = 1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_i} \qquad i = \overline{2, m}\ ;\ \beta_1 = 1 \ \ (\text{deoarece } \frac{\partial \Delta P}{\partial P_1} = 0\,)$$

In continuare, se împarte ultima relaţie la $2B_{2i}$:

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

METODA CONSUMURILOR INCREMENTALE

$$P_i + \frac{B_{1i}}{2 \cdot B_{2i}} = \lambda \cdot \beta_i \cdot \frac{1}{2 \cdot B_{2i}}, \quad i = \overline{1, m}$$

$$\Rightarrow$$

$$\lambda = P_c + \Delta P + \sum_{i=1}^{m} \frac{B_{1i}}{2B_{2i}} / \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{2B_{2i}}$$

λ reprezintă consumul incremental al centralelor electrice.

Soluţia optimală a modelului corespunde unor consumuri incrementale egale pentru toate centralele electrice din sistem.

Cunoscîndu-se valoarea lui λ, rezultă:

$$P_i = \lambda \cdot \beta_i \cdot \frac{1}{2 \cdot B_{2i}} - \frac{B_{1i}}{2 \cdot B_{2i}}, \quad i = \overline{1, m}$$

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

METODA CONSUMURILOR INCREMENTALE

Algoritm:

A. Optimizarea fără considerarea pierderilor de putere din sistem ($\Delta P = 0$, $\beta_i = 1$)

Pasul 1. Calculul multiplicatorilor λ:

$$\lambda = P_c + \Delta P + \sum_{i=1}^{m} \frac{B_{1i}}{2B_{2i}} / \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{2B_{2i}}$$

Pasul 2. Calculul puterilor centralelor $P_i(\lambda)$:

$$P_i = \lambda \cdot \beta_i \cdot \frac{1}{2 \cdot B_{2i}} - \frac{B_{1i}}{2 \cdot B_{2i}}, \quad i = \overline{1, m}$$

Pasul 3. Verificarea limitelor inferioare/superioare ale lui P_i. Unităţile care egalează sau depăşesc limitele respective sunt blocate la nivelul acestor limite, iar calculele se reiau de la pasul 1 pentru restul unităţilor, astfel încât să se asigure respectarea tuturor restricţiilor.

Repartizarea optimală a puterilor active între centralele unui SEE

METODA CONSUMURILOR INCREMENTALE

Algoritm:

A. Optimizarea fără considerarea pierderilor de putere din sistem ($\Delta P \neq 0$, $\beta_i \neq 1$)

Pasul 4. Se calculează regimul pentru puterile $P_i(\lambda)$, rezultate din optimizarea fără pierderi;

Pasul 5. Se calculează coeficienţii β_i, i = 2, …, m, folosind relaţia:

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \mu \end{bmatrix} = -[J]_t^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial P_1}{\partial Q} \\ \dfrac{\partial P_1}{\partial V} \end{bmatrix}$$

Pasul 6. Calculul multiplicatorilor λ;

Pasul 7. Calculul puterilor centralelor $P_i(\lambda)$;

Pasul 8. Verificarea limitelor inferioare/superioare ale lui P_i. Unităţile care egalează sau depăşesc limitele respective sunt blocate la nivelul acestor limite, iar calculele se reiau de la pasul 1 pentru restul unităţilor, astfel încât să se asigure respectarea tuturor restricţiilor.

Aspecte generale ale problemei

Circulaţia de putere reactivă în reţeaua electrică influențează nivelul de tensiune în nodurile reţelei electrice şi valoarea pierderilor de putere activă.

Principalele receptoare care consumă putere reactivă:

- motoarele asincrone;
- maşinile sincrone subexcitate;
- transformatoare;
- cuptoarele de inducţie electromagnetică;
- cuptoarele cu arc electric;
- bobinele,;
- lămpile cu descărcări în gaze şi vapori metalici.

Aspecte generale ale problemei

Elementele care produc puterea reactivă:

- maşinile sincrone supraexcitate;
- condensatoarele statice;
- liniile electrice aeriene de înaltă tensiune sau liniile electrice în cablu,funcţionînd cu sarcină redusă.

Pentru controlul puterii reactive absorbite de consumatori se impune ca şi consumul acestora să fie caracterizat de un factor de putere aproximativ egal cu cel neutral, o valoare stabilită pe baze economice, separat pentru fiecare nod al sistemului energetic.

Optimizarea planificării surselor reactive

- are în vedere reducerea pierderilor şi îmbunătăţirea profilului tensiunilor.

- se împarte în două subprobleme:
    - operaţională;
    - de investiţie.

Prima etapă: sursele reactive disponibile sunt dispecerizate optimal, după criteriul costului de exploatare minim;

A doua etapă: se instalează surse noi de putere reactivă, pe baza criteriului cost total minim (exploatare + investiţie).

Amplasarea optimă a surselor de putere reactivă în reţelele de distribuţie radiale folosind metoda incrementală

Modelul de optimizare scris sub formă simplificată este bazat pe criteriul CTA (cheltuieli totale actualizate).

Componentele funcției obiectiv:

- **costul reducerii pierderilor de energie activă în reţeaua electrică, notate în cele de mai jos cu C_{PE};**
- **costul reducerii puterii centralei de echivalare, C_{CE};**
- **costul investiţiilor în mijloacele de compensare şi echipamentele aferente, I.**

Amplasarea optimă a surselor de putere reactivă în reţelele de distribuţie radiale folosind metoda incrementală

Componentele funcției obiectiv:

$$C_{PE} = 10^{-3} k_a \beta_a N_f \frac{u^2}{U_n^2} \sum_{i=1}^{4} [(2\bar{q}_i x_i - x_i^2) r_i + (2\bar{Q}_i X_i - X_i^2) R_i - p_c \frac{U_n^2}{u} x_i] \qquad (1)$$

$$C_{CE} = 10^{-3} k \beta G \frac{u}{U_n^2} \sum_{i=1} [(2q_{i\max} x_i - x_i^2) r_i + (2Q_{i\max} X_i - X_i^2) R_i - p_c \frac{U_n^2}{u} x_i] \qquad (2)$$

$$I = \sum_{i=1}^{4} \gamma u x_i \qquad (3)$$

Amplasarea optimă a surselor de putere reactivă în reţelele de distribuţie radiale folosind metoda incrementală

unde:

$\overline{q_i}$, $\overline{Q_i}$ - valorile medii ale variabilelor $q_i(t)$, respectiv, $Q_i(t)$, în [kVAr];

β_a - costul unui kWh de energie pierdută, [$/kWh];

u – mărimea unităţii standardizate de condensatoare, u = 15, 20, ... kVAr;

U_n – tensiunea nominală a reţelei, în [kV];

N_f - numărul de ore de funcţionare pe an, [h];

k_a - coeficientul de actualizare pentru perioada de studiu;

k - coeficientul care ţine seama de valoarea reziduală a instalaţiei de compensare;

β - coeficientul de corelaţie al puterilor la vîrf de sarcină;

G - costul unui kW instalat în centrala de echivalare, în [$/kW];

$q_{i\,max}$, $Q_{i\,max}$ - valorile puterilor reactive la vîrful de sarcină, în [kVAr];

γ - costul condensatoarelor raportat la un kVAr, în [$/kVAr];

p_c - pierderile specifice de energie în condensatoare, în [W/kVAr].

Amplasarea optimă a surselor de putere reactivă în reţelele de distribuţie radiale folosind metoda incrementală

$$B = C_{PE} + C_{CE} - I = \sum_{i=1}^{4} (\theta \overline{q}_i r_i x_i - \lambda r_i x_i^2 + \theta \overline{Q}_i R_i X_i - \lambda R_i X_i^2 - a x_i)$$

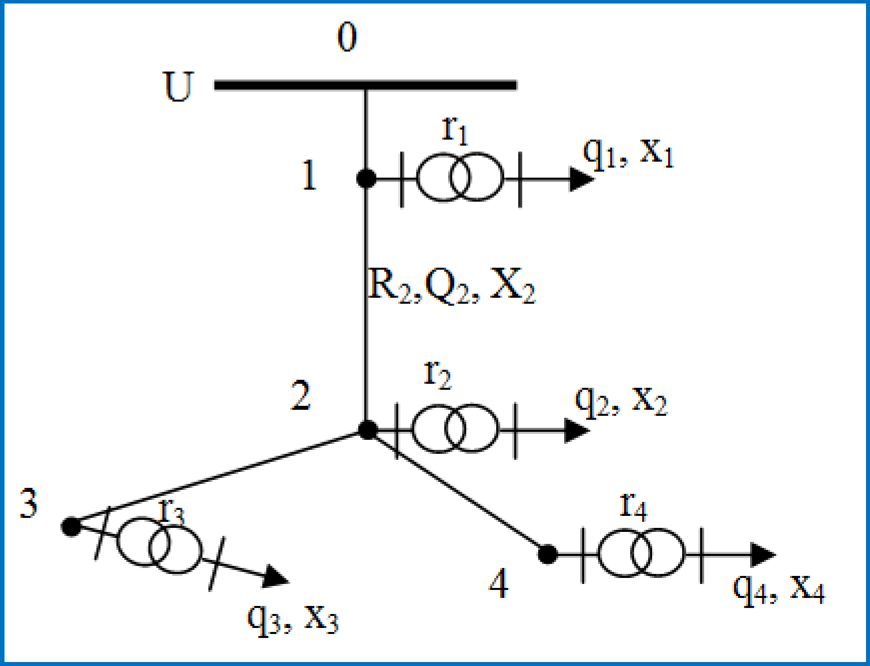
unde:

$$\theta = 2(G^{'} \sigma^{'} + \alpha);\; G^{'} = 10^{-3} \frac{u^2}{U_n^2} G;\; a = \gamma u + p_c \frac{\lambda U_n^2}{u};$$

$$\alpha = \frac{k_a \beta_a}{10^3} N_f \frac{u^2}{U_n^2};\; \lambda = G^{'} + \alpha;\; \sigma^{'} = (1 + 2\frac{\sigma}{100}) k \beta$$

Determinarea pierderilor de putere reactivă în rețelele de distribuție

Se consideră o reţea radială cu (n + 1) noduri, nodul sursă fiind considerat nodul 0. Numerotarea tronsoanelor/laturilor corespunde cu cea a nodului final, considerând sensul de la sursă către consumator.



q_i, Q_i – puterea reactivă cerută în nodul i, respectiv, care circulă în latura i;

x_i, X_i – puterea reactivă compensată în nodul i, respectiv, în aval de nodul i;

r_i, R_i – rezistenţa electrică a transformatorului conectat în nodul i, respectiv, a laturii i.

Determinarea pierderilor de putere reactivă în rețelele de distribuție

$$[Q] = [A] \cdot [q],$$
$$[X] = [A] \cdot [x],$$
$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t$$

Scrierea matricei A:

- se vor completa coloanele, una după alta, începînd cu prima;

- pentru coloana "i" se pleacă de la nodul "i" către nodul de alimentare din reţea şi pentru tronsoanele întîlnite se pune "1", iar pentru restul "0".

$$[A] = [A_{K,I}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Restricțiile modelului de optimizare:

$$x_i \leq x_{i\,\max}, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = X_{disp}$$

Metoda de optimizare:

Se foloseşte o metodă de tip incremental care este o variantă a metodei de optimizare de-a lungul axelor de coordonate.

Se folosesc paşi de exploatare constanţi, egali cu mărimea unei unităţi standardizate de condensatoare (u = 15, 20, ... kVAr).

Algoritmul metodei incrementale

- **Pasul 1.** Se inițializează vectorul: $[x]=[x_1^{(0)}\ x_2^{(0)}\ \dots x_n^{(0)}]^t$;
- **Pasul 2.** Se calculează variațiile beneficiului pentru variațiile unitare ale variabilei x_i, $i=1,2,\dots,n$: $\mu_i=\Delta B_i$, $i=1,2,\dots,n$;
- **Pasul 3.** Se definește o secvență (s + 1) de tipul:

$$x_k^{(s+1)}=x_k^{(s)}+1 \text{ pentru } \mu_k=\Delta B_k=\max_i\{\Delta B_1,\Delta B_2,\dots,\Delta B_n\}$$

$$x_i^{(s+1)}=x_i^{(s)} \text{ pentru restul: } i = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n.$$

Aceste variații sînt calculate la fiecare iterație, astfel încît metoda permite apropierea de optim cu fiecare iterație.

- **Pasul 4.** Criteriul de STOP intră în funcțiune dacă este realizată una din condițiile:

a. variația beneficiului devine nulă: $\mu_i = \Delta B_i = 0$, $i=1,2,\dots,n$;

b. compensarea atinge o limită tehnică: $x_i = x_{i\,max}$, $i=1,2,\dots,n$;

c. compensarea atinge o limită impusă: $\sum_{i=1}^{n} x_i = X_{disp}$.

Analiza algoritmului

μ_k reprezintă beneficiul maxim obţinut la o iteraţie, prin instalarea unei noi unităţi de condensatoare, în punctul k.

Se caută succesiv nodul pentru care variaţia beneficiului este cea mai mare în iteraţia respectivă. Când se găseşte un asemenea nod, se va marca şi va începe o nouă căutare, în iteraţia următoare etc.

Variabilele duale μ_i sînt asociate vectorului [x]. Deci vectorul [μ] indică, în fiecare iteraţie, nodurile prioritare în ceea ce priveşte compensarea după criteriul CTA.